Balancier avec défaut d'équilibre

Mesure du défaut d'équilibre et équilibrage du balancier

Balancier bimétallique à vis d'une montre de poche

Référence :D:\Résonateur (TE)\Data\Chronomètre.mcd(R)

$T_0 = 0.4\,s$ $\quad f = 2.5\,s^{-1}$ $\quad \omega_0 := 2\cdot\pi\cdot f$ $\quad J_b = 550\,mg\cdot cm^2$ $\quad M_b = 657.2\,mg$

Méthode statique

Balancier libre, axe horizontal et pivots dans des paliers en V à 60° (couteaux)

Couple de frottement sur les pivots

$r_{pivot} := 0.5\cdot D_{pivot\_b}$ $\quad r_{pivot} = 0.055\,mm$ $\quad g = 9.807\,m\cdot s^{-2}$ $\quad P_{bal} := M_b\cdot g$

Couple de frottement sur le balancier

$\mu_{fb} := 0.1$ $\quad \Gamma_V := \mu_{fb}\cdot P_{bal}\cdot r_{pivot}\cdot \cos(60\cdot deg)$ $\quad \Gamma_V = 1.772\times 10^{-8}\,N\cdot m$

Valeur du balourd

Période mesurée des oscillations du balancier posé sur les couteaux $\quad T_B := 5.8\cdot s$ $\quad \omega_B := \dfrac{2\cdot\pi}{T_B}$

Valeur du balourd $\quad a_G := \dfrac{J_b\cdot \omega_B^2}{M_b\cdot g}$ $\quad \boxed{a_G = 0.01\,mm}$ $\quad \boxed{M_b\cdot a_G = 6.582\times 10^{-4}\,gm\cdot cm}$

Incertitude sur la position β_G du balourd

Pulsation des oscillations du balancier dans son support en V soumis à son seul défaut d'équilibre:

$\omega_B := \sqrt{\dfrac{M_b\cdot g\cdot a_G}{J_b}}$ $\quad \omega_B = 1.083\,s^{-1}$ $\quad \dfrac{\omega_B}{2\pi} = 0.172\,Hz$ $\quad \dfrac{2\pi}{\omega_B} = 5.8\,s$

Incertitude maximum sur la position angulaire du balourd = +- le demi-angle d'équilibre

$f_V := \dfrac{\Gamma_V}{J_b\cdot \omega_B^{2.}}$ $\quad$ d'où $\quad f_V := \dfrac{\Gamma_V}{M_b\cdot g\cdot a_G}$ $\quad \boxed{f_V = 15.732\,deg}$

Méthode de la marche aux positions

$\theta_0 := 100\cdot deg$ $\quad G(\theta_0) := \dfrac{86400}{J_b\cdot \omega_0^2}\cdot\dfrac{J1(\theta_0)}{\theta_0}$ $\quad G(\theta_0) = 2.116\times 10^9\,(N\cdot m)^{-1}$

Valeurs mesurées $\quad \mu_1 := 78$ $\quad \mu_2 := -108$ $\quad \mu_3 := -58$ $\quad \mu_4 := 128$ $\quad i := 1..4$

d'où $\quad \mu_0 := \dfrac{1}{4}\cdot\sum_i \mu_i$ $\quad \mu_0 = 10$

Valeur du balourd $\quad a_G := \dfrac{1}{2\cdot\left|G(\theta_0)\right|\cdot M_b\cdot g}\cdot\sqrt{(\mu_1-\mu_3)^2+(\mu_4-\mu_2)^2}$ $\quad \boxed{a_G = 9.988\times 10^{-3}\,mm}$

$\boxed{M_b\cdot a_G = 6.564\times 10^{-4}\,gm\cdot cm}$

Position du balourd $\quad \varphi_G := \arctan\left(\dfrac{\mu_4-\mu_2}{\mu_1-\mu_3}\right)$ $\quad \boxed{\varphi_G = 60.046\,deg}$

Méthode dynamique

Caractéristiques du capteur

Sensibilité $S_c := 12000 V \cdot m^{-1}$ Fréquence propre $f_c := 500 \cdot Hz$

Raideur statique $k_c := 10^5 \cdot N \cdot m^{-1}$ Masse équivalente $m_c := \dfrac{k_c}{(2 \cdot \pi \cdot f_c)^2}$ $m_c = 10.132\, gm$

Facteur d'amortissement $\eta_c := 0.02$

Fréquence et période propres du capteur muni du balancier $M_b = 657.181\, mg$

$$\omega_{0c} := \sqrt{\frac{k_c}{M_b + m_c}} \qquad f_{0c} := \frac{\omega_{0c}}{2 \cdot \pi} \qquad T_{0c} := \frac{1}{f_{0c}} \qquad f_{0c} = 484.533\, Hz \qquad T_{0c} = 2.064 \times 10^{-3}\, s$$

Déplacement et signal statiques $x_0 := \dfrac{(M_b + m_c) \cdot g}{k_c}$ $x_0 = 1.058 \times 10^{-3}\, mm$ $S_c \cdot x_0 = 12.697\, mV$

Vitesse de rotation du balancier $tour := 2 \cdot \pi \cdot rad$ $n_b := 50 \cdot tour \cdot s^{-1}$ $\Omega_b := n_b$ $\Omega_b = 314.159\, s^{-1}$

Durée d'observation (nombre de périodes): $nb\_p := 4$ $T_t := \dfrac{2 \cdot \pi}{\Omega_b} \cdot nb\_p$ $np := 500 \cdot nb\_p - 1$ $t := 0, \dfrac{T_t}{np \cdot s} .. \dfrac{T_t}{s}$

Solution numérique

$\omega_{0c} := \omega_{0c} \cdot s$ $\Omega_b := \Omega_b \cdot s$

$$\mathbf{q} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{D}(t, q) := \begin{bmatrix} q_1 \\ -\omega_{0c}^2 \cdot q_0 - 2 \cdot (\omega_{0c} \cdot \eta_c) \cdot q_1 + \dfrac{M_b}{M_b + m_c} \cdot \dfrac{a_G}{m} \cdot \Omega_b^2 \cdot \cos(\Omega_b \cdot t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Z} := rkfixe\left(\mathbf{q}, 0, T_t \cdot s^{-1}, np, \mathbf{D}\right) \qquad \mathbf{t} := \mathbf{Z}^{\langle 0 \rangle} \cdot s \qquad \mathbf{x_n} := \mathbf{Z}^{\langle 1 \rangle} \cdot m \qquad \mathbf{v_n} := \mathbf{Z}^{\langle 2 \rangle} \cdot m \cdot s^{-2}$$

Solution analytique avec régime transitoire

$$G(\Omega) := \frac{\omega_{0c}^2}{\omega_{0c}^2 - \Omega^2 + 2 \cdot i \cdot \eta_c \cdot \omega_{0c} \cdot \Omega} \qquad \mu(\Omega) := |G(\Omega)| \qquad \mu(\Omega_b) = 1.011$$

$$\varphi(\Omega) := arg(G(\Omega)) \qquad \varphi(\Omega_b) = -0.239\, deg \qquad \omega := \omega_{0c} \cdot \sqrt{1 - \eta_c^2}$$

Tension mesurée

$$u(t) := Re\left[S_c \cdot \frac{M_b \cdot a_G \cdot \Omega_b^2}{k_c} \cdot G(\Omega_b) \cdot \left[e^{i \cdot \Omega_b \cdot t} - \left(\cos(\omega \cdot t) + \frac{\eta_c \cdot \omega_{0c} + i \cdot \Omega_b}{\omega} \cdot \sin(\omega \cdot t)\right) \cdot exp\left[-(\eta_c \cdot \omega_{0c}) \cdot t\right]\right]\right]$$

$$\mathbf{u} := \overrightarrow{u(\mathbf{t})}$$

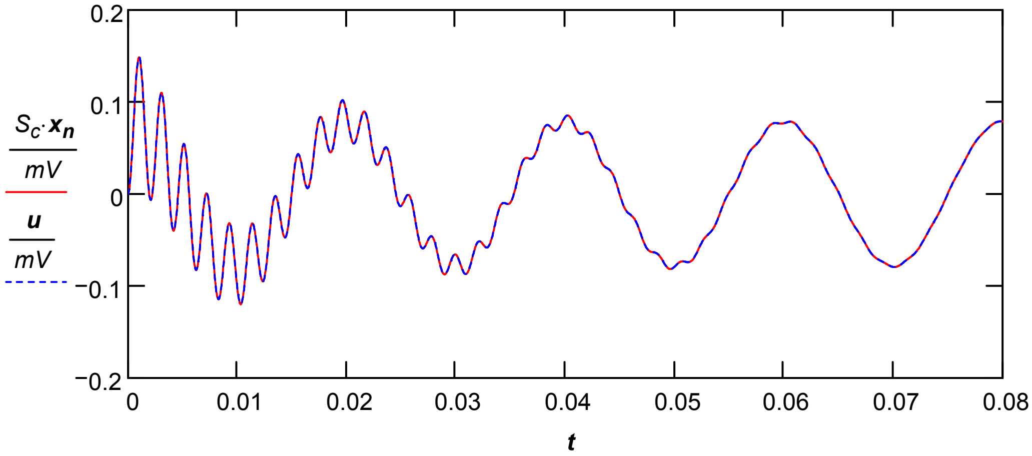
Solution analytique stationnaire

$$x(t) := \frac{M_b \cdot a_G \cdot \Omega_b^2}{k_c} \cdot \mu(\Omega_b) \cdot \cos(\Omega_b \cdot t - \varphi(\Omega_b)) \qquad \mathbf{x} := \overrightarrow{x(\mathbf{t})}$$

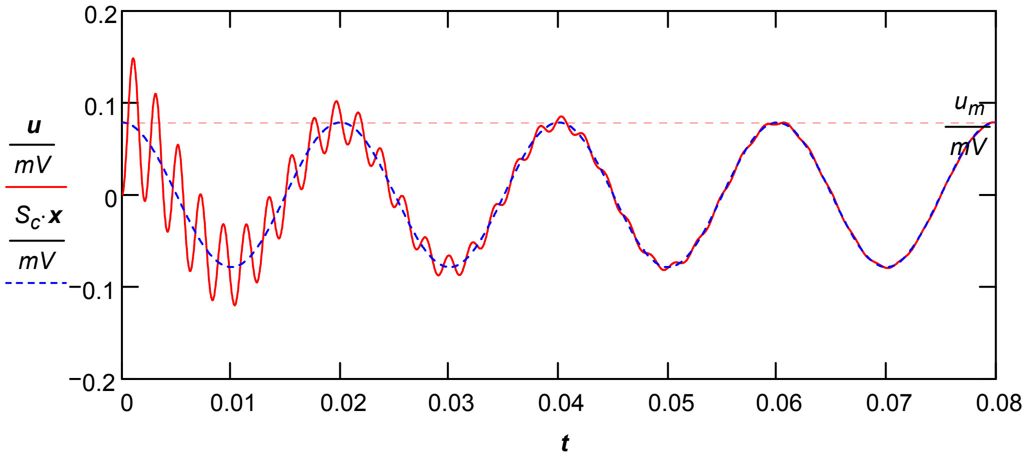
Amplitude du régime stationnaire

$$x_m := \frac{M_b \cdot a_G \cdot \Omega_b^2}{k_c} \cdot \mu(\Omega_b) \qquad x_m = 6.548 \times 10^{-6}\, mm \qquad u_m := S_c \cdot x_m \qquad u_m = 0.079\, mV$$

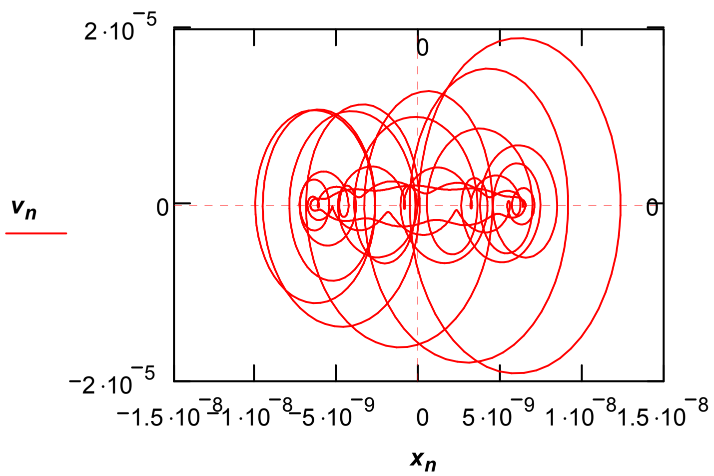
Comparaison solution numérique - solution analytique



Comparaison régime transitoire - régime stationnaire



Orbite avec régime transitoire



Calcul du balourd

$$a_G := \frac{1}{M_b} \cdot \frac{u_m}{S_c} \cdot \frac{k_c}{\Omega_b^{\,2} \cdot \mu(\Omega_b)}$$

$\boxed{a_G = 9.988 \times 10^{-3}\, mm}$ $\boxed{M_b \cdot a_G = 6.564 \times 10^{-4}\, gm \cdot cm}$

Durée mesurée entre u_m et le passage de la cheville de plateau $\tau := 3.35 \cdot 10^{-3} \cdot s$

Position angulaire du balourd $\phi_G := \Omega_b \cdot \tau + \varphi(\Omega_b)$ $\boxed{\phi_G = 60.061\, deg}$

Equilibrage d'un balancier par fraisage de la serge

Rayon moyen de la serge $R := \frac{D_{s\_int} + D_{s\_ext}}{2}$ $R = 18.6\,mm$

Quantité de matière à enlever $\Delta m := \frac{M_b \cdot a_G}{R}$ $\boxed{\Delta m = 0.353\,mg}$

Equilibrage d'un balancier à vis

Masse de la vis $M_{vis} = 9.839\,mg$

Déplacement radial de la vis $\Delta R := \frac{M_b \cdot a_G}{M_{vis}}$ $\boxed{\Delta R = 0.667\,mm}$